



MINISTERUL EDUCAȚIEI

Olimpiada Națională de Științe pentru Juniori Rm. Vâlcea 26-31 august 2024 Proba practică - Barem Fizică



Subiectul III: Două lichide diferite în două amestecuri omogene!

(30 puncte)

BAREM DE NOTARE		30,00
a) Calculul densităților amestecurilor omogene existente în cele două vase		2,00
<p>Dacă ρ_1 și $\rho_2 > \rho_1$ sunt densitățile celor două lichide din fiecare amestec, atunci:</p> <p>- densitatea lichidului rezultat din amestecul unor volume egale, din cele două lichide, $V'_1 = V'_2$, este:</p> $\rho' = \frac{m'_{\text{amestec}}}{V'_{\text{amestec}}} = \frac{m'_1 + m'_2}{V'_1 + V'_2} = \frac{m'_1 + m'_2}{2V'_1} = \frac{\rho_1 V'_1 + \rho_2 V'_2}{2V'_1} = \frac{\rho_1 V'_1 + \rho_2 V'_1}{2V'_1} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2};$ <p>- densitatea lichidului rezultat din amestecul unor mase egale, $m''_1 = m''_2$, din cele două lichide, este:</p> $\rho'' = \frac{m''_{\text{amestec}}}{V''_{\text{amestec}}} = \frac{m''_1 + m''_2}{V''_1 + V''_2} = \frac{2m''_1}{m''_1 + \frac{m''_1}{\rho_1} + \frac{m''_1}{\rho_2}} = \frac{2m''_1}{m''_1 + \frac{m''_1}{\rho_1} + \frac{m''_1}{\rho_2}} = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2},$ <p>pentru care se demonstrează că $\rho' > \rho''$.</p> <p>Într-adevăr, presupunând că:</p> $\frac{\rho_1 + \rho_2}{2} > \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2},$ <p>rezultă că:</p> $(\rho_1 + \rho_2)^2 > 4\rho_1\rho_2; \rho_1^2 + 2\rho_1\rho_2 + \rho_2^2 > 4\rho_1\rho_2;$ $\rho_1^2 - 2\rho_1\rho_2 + \rho_2^2 > 0; (\rho_1 - \rho_2)^2 > 0,$ <p>aceasta fiind o inegalitate adevărată, chiar dacă $\rho_1 < \rho_2$.</p> <p><i>Concluzie:</i></p> $\rho' > \rho''.$		<p>0,75</p> <p>0,75</p> <p>0,50</p>
b) Identificarea vasului în care se află fiecare tip de amestec		12,00
Metoda 1		4,00
Se montează elementele balanței cu brațe egale, așa cum indică desenul din figura 1. Pe fiecare taler al balanței se pune un pahar Berzelius gol, P(4) și respectiv Q(4), și se echilibrează balanța, dacă este cazul, folosind chibrituri din cutia dată.		

1. Durata probei este de 3 ore.
2. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
3. Punctajul acordat: 30 puncte pentru rezolvarea cerințelor fiecărui subiect, 10 puncte din oficiu.
4. Cele 3 subiecte se vor redacta pe foi separate.

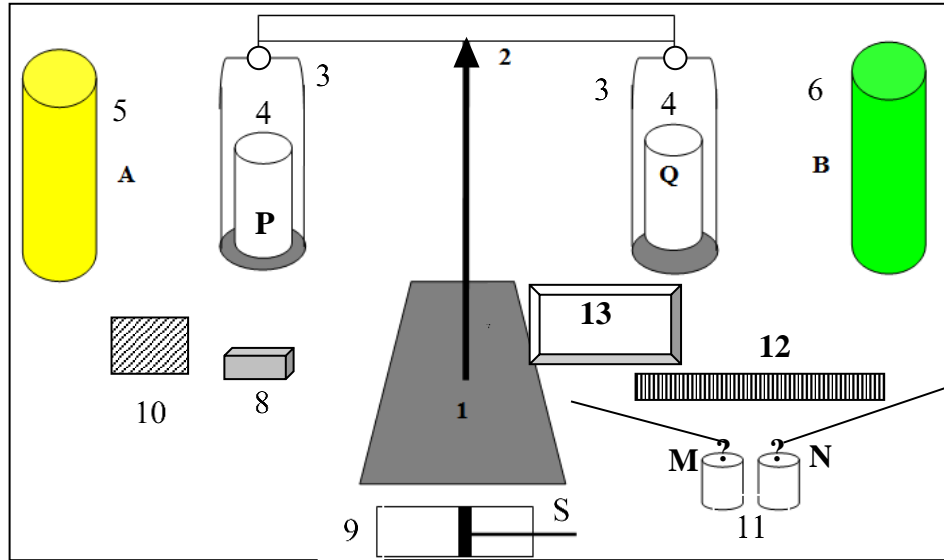


Fig. 1

În fiecare din paharele Berzelius identice (4), P și respectiv Q, aflate pe fiecare din cele două talere ale balanței, se pun volume egale din cele două amestecuri, transferate din vasele A și respectiv B, în vasele P și respectiv Q, notându-se valorile numerice ale acestor volume transferate, $V_P = V_Q$.

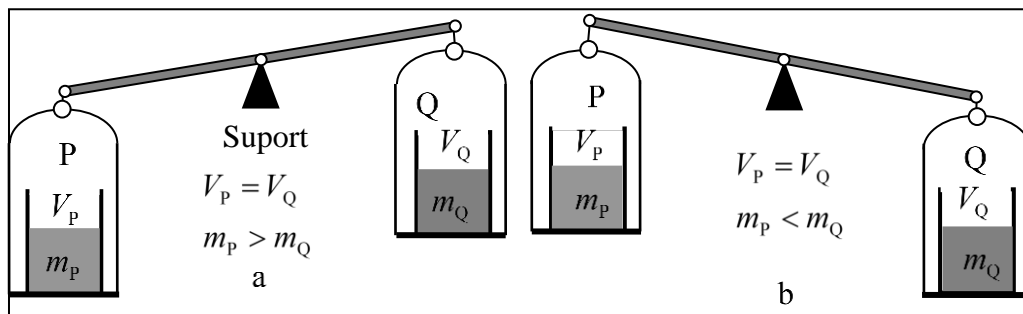
Densitățile amestecurilor lichide transferate din vasele A și respectiv B, în vasele P și respectiv Q, sunt:

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} = \frac{m_P}{V_P} = \rho_P; \rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{m_Q}{V_Q} = \rho_Q,$$

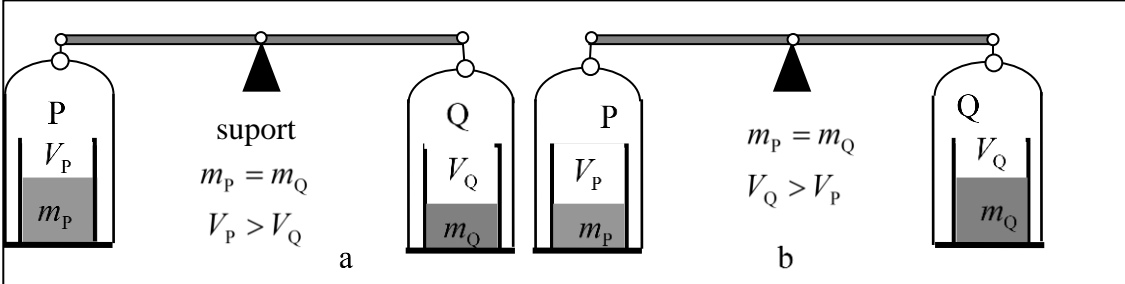
astfel încât masele amestecurilor lichide aduse în paharele P și Q, de pe cele două talere ale balanței, sunt:

$$m_P = \rho_A V_P = \rho_P V_P; m_Q = \rho_B V_Q = \rho_Q V_Q; V_P = V_Q; m_Q = \rho_B V_P.$$

Paharele P și Q, în care au fost transferate amestecurile lichide din vasele A și respectiv B, se află pe talerele balanței cu brațe egale. Dacă se întâmplă dezechilibrul reprezentat în desenul a din figura 2, înseamnă că $m_P > m_Q$, $V_P = V_Q$, ceea ce implică $\rho_P > \rho_Q$, adică $\rho_A > \rho_B$, astfel încât identificăm densitățile amestecurilor din vasele A și respectiv b, prin **Metoda 1**, ca fiind: $\rho_A = \rho'$ și $\rho_B = \rho''$.



1. Durata probei este de 3 ore.
2. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
3. Punctajul acordat: 30 puncte pentru rezolvarea cerințelor fiecărui subiect, 10 puncte din oficiu.
4. Cele 3 subiecte se vor redacta pe foi separate.

<p style="text-align: center;">Fig. 2</p> <p>Dacă se întâmplă dezechilibrul reprezentat în desenul b, înseamnă că $m_P < m_Q$, $V_P = V_Q$, ceea ce implică $\rho_Q > \rho_P$, adică $\rho_B > \rho_A$, astfel încât identificăm $\rho_A = \rho''$ și $\rho_B = \rho'$.</p> <p><i>Observație:</i> în experimentul propus se întâmplă dezechilibrul reprezentat în desenul a din figura 2, ceea ce dovedește că în vasul A se află în amestec volume egale din cele două lichide, iar în vasul B se află în amestec mase egale din aceleași două lichide;</p> $\rho_A = \rho' = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}; \quad \rho_B = \rho'' = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}.$ <p>Conținuturile celor două pahare, P și Q, se toarnă înapoi în vasele din care au fost luate, A(5) și respectiv B(6).</p>		
<p>Metoda 2</p>	<p>4,00</p>	
<p>În paharele identice P și Q, așezate pe talerele balanței cu brațe egale se transferă mase egale din cele două amestecuri, aflate în vasele A(5) și respectiv B(6), $m_P = m_Q$, notându-se valorile numerice ale acestor mase transferate, $m_P = m_Q$. Balanța va fi în echilibru, așa cum arată desenele a și b din figura 3.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;">Fig. 3</p>		
<p>Densitățile amestecurilor din vasele P și Q sunt:</p> $\rho_A = \frac{m_A}{V_A} = \frac{m_P}{V_P} = \rho_P; \quad \rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{m_Q}{V_Q} = \rho_Q,$ <p>astfel încât volumele amestecurilor lichide aduse în paharele P și Q, de pe cele două talere ale balanței, sunt:</p> $V_P = \frac{m_P}{\rho_A}; \quad V_Q = \frac{m_Q}{\rho_B}; \quad m_P = m_Q; \quad V_Q = \frac{m_P}{\rho_B}.$ <p>Deoarece, în acest caz, $V_P > V_Q$, așa cum indică desenul a, înseamnă că:</p> $\rho_A < \rho_B; \quad \rho_P < \rho_Q;$		

1. Durata probei este de 3 ore.
2. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
3. Punctajul acordat: 30 puncte pentru rezolvarea cerințelor fiecărui subiect, 10 puncte din oficiu.
4. Cele 3 subiecte se vor redacta pe foi separate.

$$\rho_A = \rho'' = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = \rho_P; \quad \rho_B = \rho' = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} = \rho_Q.$$

Dacă $V_P < V_Q$, așa cum indică desenul **b**, înseamnă că:

$$\rho_A > \rho_B; \quad \rho_P > \rho_Q; \quad \rho_A = \rho' = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} = \rho_P; \quad \rho_B = \rho'' = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = \rho_Q.$$

Observație: în experimentul propus, pentru **Metoda 2**, se întâmplă echilibrul reprezentat în desenul **b** din figura 3, acolo unde $V_P < V_Q$, ceea ce dovedește că **în vasul A se află în amestec volume egale din cele două lichide**, iar **în vasul B se află în amestec mase egale din cele două lichide**, acolo unde $\rho_A > \rho_B$;

$$\rho_A = \rho' = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}; \quad \rho_B = \rho'' = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}.$$

rezultat identic cu cel obținut prin **Metoda 1**.

Conținuturile celor două pahare, P și Q, se toarnă înapoi în vasele din care au fost luate, A(5) și respectiv B(6).

Metoda 3

4,00

Se montează elementele balanței cu brațe egale, fără talere, iar la capetele tijeii balanței se suspendă cele două corpuri metalice, cilindrice, identice, M și respectiv N. Tija balanței va rămâne în poziție orizontală.

Firele de suspensie trebuie să fie suficient de lungi astfel încât corpurile M și N să se afle în interiorul celor două pahare Berzelius goale, P și Q, aflate pe masa de lucru, fără să atingă însă bazele paharelor și nici pereții laterali ai paharelor. Balanța trebuie să fie în echilibru, așa cum indică desenul din figura 4.

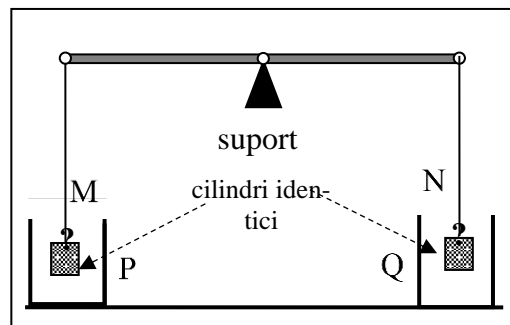


Fig. 4

În paharul Berzelius P se toarnă amestec lichid din vasul A, iar în paharul Berzelius Q se toarnă amestec lichid din vasul B, până când cele două corpuri vor fi scufundate complet, așa cum indică desenele **a** și **b** din figura 5.

1. Durata probei este de 3 ore.
2. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
3. Punctajul acordat: 30 puncte pentru rezolvarea cerințelor fiecărui subiect, 10 puncte din oficiu.
4. Cele 3 subiecte se vor redacta pe foi separate.

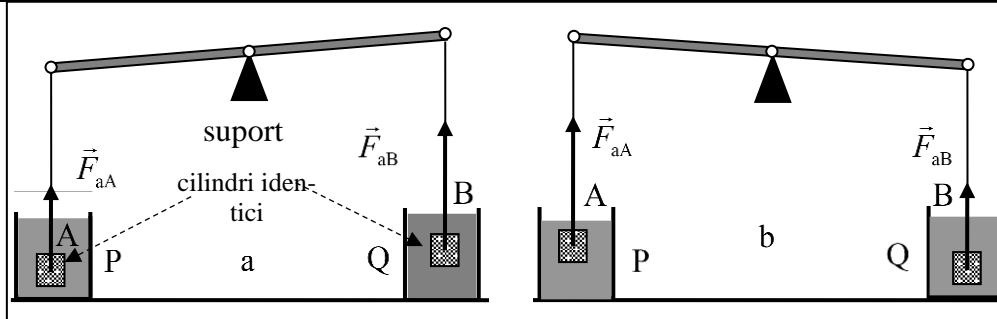


Fig. 5

Balanța se va dezechilibra!

Dacă se întâmplă dezechilibrul reprezentat în desenul **a** din figura 5, înseamnă că cele două forțe arhimedice, care acționează asupra celor două corpuri scufundate complet, în amestecurile lichide din cele două pahare, sunt $F_{aA} < F_{aB}$, adică:

$$\rho_A Vg < \rho_B Vg; \rho_A < \rho_B.$$

Dacă se întâmplă dezechilibrul reprezentat în desenul **b** din figura 5, înseamnă că cele două forțe arhimedice, care acționează asupra celor două corpuri scufundate complet, în amestecurile lichide din cele două pahare, sunt $F_{aA} > F_{aB}$, adică:

$$\rho_A Vg > \rho_B Vg; \rho_A > \rho_B.$$

Observație: în experimentul propus se întâmplă dezechilibrul reprezentat în desenul **b** din figura 5, ceea ce dovedește că **în vasul A se află în amestec volume egale din cele două lichide**, iar **în vasul B se află în amestec mase egale din cele două lichide**, astfel încât:

$$\rho_A = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}; \rho_B = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2},$$

rezultate identice cu cele obținute prin **Metodele 1 și 2**, astfel încât identificăm densitățile amestecurilor omogene din vasele A și B ca fiind:

$$\rho' = \rho_A \text{ și } \rho'' = \rho_B.$$

Conținuturile celor două pahare, P și Q, se toarnă înapoi în vasele din care au fost luate, A(5) și respectiv B(6).

c) Determinarea densităților amestecurilor lichide din cele două vase, A și respectiv B

5,00

Utilizând balanța cu brațe egale, masele marcate, aflate la dispoziție, paharele Berzelius gradate, P și Q, și seringă gradată, se fac determinări de mase (cu balanța) și de volume (cu cilindrul Berzelius marcat și cu seringă gradată), necesare pentru calculul densității fiecărui amestec lichid din vasele A și respectiv B.

Pentru început se echilibrează balanța cu cele două pahare Berzelius goale, P și respectiv Q, pe fiecare taler.

Se completează tabelul de mai jos.

Nr. det.	M_A (g)	V_A (cm ³)	$\rho_A = \rho'$ (g/cm ³)	m_B (g)	V_B (cm ³)	$\rho_B = \rho''$ (g/cm ³)
1	185	200	0,925	183,6	200	0,918

1. Durata probei este de 3 ore.
2. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
3. Punctajul acordat: 30 puncte pentru rezolvarea cerințelor fiecărui subiect, 10 puncte din oficiu.
4. Cele 3 subiecte se vor redacta pe foi separate.



MINISTERUL EDUCAȚIEI

Olimpiada Națională de Științe pentru Juniori

Rm. Vâlcea 26-31 august 2024

Proba practică - Barem

Fizică



Pagina 6 din 8

d) Determinarea densităților celor două lichide din fiecare amestec, ρ_1 și ρ_2	8,00	
<p>1) Să admitem varianta:</p> $\rho_A = \rho' = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}; \rho_B = \rho'' = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2}.$		
<p>2) Se rezolvă sistemul:</p> $\rho_{A,mediu} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}; \rho_{B,mediu} = \frac{2\rho_1\rho_2}{\rho_1 + \rho_2};$ $\rho_1\rho_2 = \frac{1}{2}(\rho_1 + \rho_2)\rho_{B,mediu}; \rho_1\rho_2 = \frac{1}{2}2\rho_{A,mediu}\rho_{B,mediu};$ $\begin{cases} \rho_1 + \rho_2 = 2\rho_{A,mediu}; \\ \rho_1\rho_2 = \rho_{A,m}\rho_{B,m}; \end{cases}$ $\rho_2 = 2\rho_{A,m} - \rho_1; \rho_1(2\rho_{A,m} - \rho_1) = \rho_{A,m}\rho_{B,m};$ $2\rho_{A,m}\rho_1 - \rho_1^2 = \rho_{A,m}\rho_{B,m}; 2\rho_{A,m}\rho_1 - \rho_1^2 - \rho_{A,m}\rho_{B,m} = 0;$ $\rho_1^2 - 2\rho_{A,m}\rho_1 + \rho_{A,m}\rho_{B,m} = 0;$ $(\rho_1)_{1,2} = \frac{2\rho_{A,m} \pm \sqrt{4\rho_{A,m}^2 - 4\rho_{A,m}\rho_{B,m}}}{2};$ $(\rho_1)_{1,2} = \frac{2\rho_{A,m} \pm 2\sqrt{\rho_{A,m}^2 - \rho_{A,m}\rho_{B,m}}}{2};$ $(\rho_1)_{1,2} = \rho_{A,m} \pm \sqrt{\rho_{A,m}(\rho_{A,m} - \rho_{B,m})};$ $(\rho_1)_1 = \rho_{A,m} + \sqrt{\rho_{A,m}(\rho_{A,m} - \rho_{B,m})}; (\rho_1)_2 = \rho_{A,m} - \sqrt{\rho_{A,m}(\rho_{A,m} - \rho_{B,m})};$ $\rho_{A,m} = 0,925 \text{ g/cm}^3; \rho_{B,m} = 0,918 \text{ g/cm}^3;$ $(\rho_1)_1 = 0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} + \sqrt{0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \left(0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} - 0,918 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)};$ $(\rho_1)_1 = 0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} + \sqrt{0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 0,007 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}};$ $(\rho_1)_1 = 0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} + \sqrt{0,925 \cdot 0,007 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}};$ $(\rho_1)_1 = 0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} + \sqrt{0,006475 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}};$ $(\rho_1)_1 = 0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} + 0,080 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}; (\rho_1)_1 = 1,005 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3};$ $(\rho_1)_2 = \rho_{A,m} - \sqrt{\rho_{A,m}(\rho_{A,m} - \rho_{B,m})};$ $\rho_{A,m} = 0,925 \text{ g/cm}^3; \rho_{B,m} = 0,918 \text{ g/cm}^3;$	<p>1,00</p> <p>4,00</p>	

1. Durata probei este de 3 ore.
2. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
3. Punctajul acordat: 30 puncte pentru rezolvarea cerințelor fiecărui subiect, 10 puncte din oficiu.
4. Cele 3 subiecte se vor redacta pe foi separate.



MINISTERUL EDUCAȚIEI

Olimpiada Națională de Științe pentru Juniori

Rm. Vâlcea 26-31 august 2024

Proba practică - Barem

Fizică



Pagina 7 din 8

$(\rho_1)_2 = 0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} - \sqrt{0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \left(0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} - 0,918 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)}$ $(\rho_1)_2 = 0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} - \sqrt{0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 0,007 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}$ $(\rho_1)_2 = 0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} - \sqrt{0,006475 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}$ $(\rho_1)_2 = 0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} - 0,080 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}; (\rho_1)_2 = 0,845 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3};$ $(\rho_1)_1 = 1,005 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}; (\rho_1)_2 = 0,845 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3};$ $\rho_2 = 2\rho_{A,m} - \rho_1;$ $(\rho_2)_1 = 2\rho_{A,m} - (\rho_1)_1 = 2 \cdot 0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} - 1,005 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}; (\rho_2)_1 = 0,845 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3};$ $(\rho_2)_2 = 2\rho_{A,m} - (\rho_1)_2 = 2 \cdot 0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} - 0,845 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}; (\rho_2)_2 = 1,005 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3};$ $(\rho_1)_1 = 1,005 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}; (\rho_1)_2 = 0,845 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3};$ $(\rho_2)_1 = 0,845 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}; (\rho_2)_2 = 1,005 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$ <p>Din enunțul problemei, știm că:</p> $\rho_1 < \rho_2,$ <p>astfel încât, din valorile determinate anterior, reținem valorile densităților celor două componente lichide, din fiecare amestec, ca fiind:</p> $\rho_1 = 0,845 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}; \rho_2 = 1,005 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3},$ <p>în care recunoaștem densitățile celor două lichide aflate în amestecurile lichide din cele două vase:</p> $\rho_1 = 0,845 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \approx \rho_{\text{alcool sanitar}}; \rho_2 = 1,005 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \approx \rho_{\text{apa}};$ $\rho_2 > \rho_1.$	3,00	
<p>e)</p>	3,00	
<p>1) Dacă din vasele A și respectiv B, unde află amestecurile omogene cu densitățile ρ_A și respectiv ρ_B, determinate deja, experimental, la punctul (c), s-ar lua volume egale, $V_A = V_B$, și s-ar amesteca, ar rezulta un amestec lichid, omogen, a cărui densitate va avea valoarea:</p> $\rho_{\text{volum e egal}} = \frac{\rho_A + \rho_B}{2}; \rho_A = 0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}; \rho_B = 0,918 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3};$		

1. Durata probei este de 3 ore.
2. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
3. Punctajul acordat: 30 puncte pentru rezolvarea cerințelor fiecărui subiect, 10 puncte din oficiu.
4. Cele 3 subiecte se vor redacta pe foi separate.



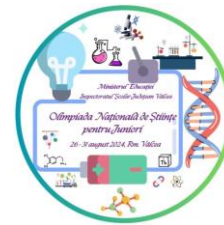
MINISTERUL EDUCAȚIEI

Olimpiada Națională de Științe pentru Juniori

Rm. Vâlcea 26-31 august 2024

Proba practică - Barem

Fizică



Pagina 8 din 8

$\rho_{\text{volume egale}} = \frac{0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} + 0,918 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{2}; \rho_{\text{volume egale}} = 0,9215 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$	1,00	
<p>2) Dacă din vasele A și respectiv B, unde află amestecurile omogene cu densitățile ρ_A și respectiv ρ_B, determinate deja, experimental la punctul (c), s-ar lua mase egale, $m_A = m_B$, și s-ar amesteca, ar rezulta un amestec lichid, omogen, a cărui densitate va avea valoarea:</p> $\rho_{\text{mase egale}} = \frac{2\rho_A\rho_B}{\rho_A + \rho_B}; \rho_A = 0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}; \rho_B = 0,918 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3};$ $\rho_{\text{mase egale}} = \frac{2 \cdot 0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 0,918 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} + 0,918 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = \frac{1,6983 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{1,843 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}; \rho_{\text{mase egale}} = 0,9214 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$	1,00	
<p>3) Se reconfirmă că:</p> $\rho_{\text{volume egale}} > \rho_{\text{mase egale}}.$ <p>adică, amestecând volume egale din două lichide, rezultă un amestec a cărui densitate este mai mare decât densitatea amestecului format din mase egale ale aceluiași două lichide.</p>	1,00	

Subiect propus de:

Mihail Sandu

Profesor – Liceul Tehnologic de Turism – CĂLIMĂNEȘTI

Profesor – Facultatea de Științe, Universitatea "LUCIAN BLAGA" – SIBIU

Profesor Asociat – Universitatea din CRAIOVA

1. Durata probei este de 3 ore.
2. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
3. Punctajul acordat: 30 puncte pentru rezolvarea cerințelor fiecărui subiect, 10 puncte din oficiu.
4. Cele 3 subiecte se vor redacta pe foi separate.